

Devoir maison de mécanique
A rendre impérativement le lundi 1^{er} mars 2010 au secrétariat.

Exercice 1 :

Rédigez l'exercice 5 du thème 2 du cahier de TD de mécanique.

Exercice 2 :

C'est une partie de l'énoncé du CC du 02-03-09 d'une durée : 45 minutes. Afin de vous entraîner, il faut avoir réviser le cours et les TD, et être totalement disponible (pas de portable, de musique, de gâteau à grignoter ou de café à boire). Puis, vous devez faire le CC (dans un premier temps) en 35 minutes. Ensuite, à l'aide d'un autre stylo, vous complétez ou continuez l'exercice. Cette procédure vous permettra d'anticiper sur le CC du 8 mars 2010.

Soit un repère cartésien $\mathcal{R}(\overset{\mathbf{u}}{O}, \overset{\mathbf{u}}{e_x}, \overset{\mathbf{u}}{e_y}, \overset{\mathbf{u}}{e_z})$, considéré comme galiléen. Oz est la verticale ascendante, et on associe à \mathcal{R} , la base cartésienne $\mathcal{B} = (\overset{\mathbf{u}}{e_x}, \overset{\mathbf{u}}{e_y}, \overset{\mathbf{u}}{e_z})$.

Un manège est constitué par un disque (\mathcal{D}) de rayon R et de centre O , qui tourne uniformément autour de la verticale Oz à la vitesse angulaire ω constante. On note $\mathcal{R}'(\overset{\mathbf{u}}{O}, \overset{\mathbf{u}}{e_{x'}}, \overset{\mathbf{u}}{e_{y'}}, \overset{\mathbf{u}}{e_z})$ le référentiel lié au manège et $\mathcal{B}' = (\overset{\mathbf{u}}{e_{x'}}, \overset{\mathbf{u}}{e_{y'}}, \overset{\mathbf{u}}{e_z})$ la base qui lui est associée.

A l'instant initial $t = 0$, un enfant, repéré par le point M , a pour coordonnées cartésiennes $(-R, 0, 0)_{\mathcal{B}'}$. Il se déplace alors suivant un diamètre du manège à vitesse constante v_o par rapport au manège.

1- On se place dans le référentiel \mathcal{R}' lié au manège.

- a) Donner l'expression de la vitesse de M par rapport à \mathcal{R}' : $\overset{\mathbf{I}}{v}(M / \mathcal{R}')$.
- b) En déduire les équations paramétriques de la trajectoire de l'enfant dans \mathcal{R}' .
- c) Quelle est la courbe décrite par l'enfant dans \mathcal{R}' ?

2- Donner l'expression du vecteur rotation de \mathcal{R}' par rapport à \mathcal{R} : $\overset{\mathbf{u}}{\Omega}(\mathcal{R}' / \mathcal{R})$.

3- On étudie maintenant la trajectoire dans le référentiel \mathcal{R} .

- a) Rappeler la loi de composition des vitesses (on précisera tous les termes introduits).
- b) Par application de la loi énoncée en 3-a), déterminer l'expression de la vitesse de M par rapport à \mathcal{R} : $\overset{\mathbf{I}}{v}(M / \mathcal{R})$. On l'explicitera dans la base \mathcal{B}' .
- c) En déduire les équations paramétriques de la trajectoire suivie par l'enfant dans \mathcal{R} .
- d) Montrer que l'équation cartésienne de la trajectoire dans \mathcal{R} s'exprime sous la forme $Y = X^2$, dans laquelle on exprimera Y et X en fonction de y , x et des données du problème.
- e) On introduit maintenant les coordonnées polaires (ρ, φ) liées à M dans \mathcal{R} .
 - i) Exprimer ρ et φ en fonction du temps et des données du problème.
 - ii) En déduire l'équation polaire de la trajectoire.
- f) Par application de la loi de composition des accélérations, déterminer, dans la base \mathcal{B}' , l'expression de l'accélération de M par rapport à \mathcal{R} : $\overset{\mathbf{I}}{a}(M / \mathcal{R})$.